5Г

УДК 681.586.732

М.А. Габидулин
Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и автоматики, Россия
Россия,119454, г. Москва, пр-т Вернадского, 78

Анализ погрешностей преобразования и точностной синтез цифровых тахометров на растровых синусно-косинусных преобразователях перемещений

M.A. Gabidulin
Moscow State Technical University of a Radio Engineering, Electronics and Automatics
Russia, 119454, Moscow, Vernadsky's avenue, 78

Error Analysis of Transformation and Synthesis of Precision Digital Tachometers on Raster Resolver Movements

М.А. Габідулін
Московський державний технічний університет радіотехніки, електроніки та автоматики, Росія
Росія, 119454, м. Москва, пр-т Вернадського, 78

Аналіз погрішностей перетворення і точнісний синтез цифрових тахометрів на растрових синусно-косинусних перетворювачах переміщень

В статье анализируется влияние инструментальных погрешностей и погрешности квантования угловых перемещений на точность аналого-цифрового преобразования угловой скорости подсчетом числа единичных приращений кода углового перемещения за фиксированный интервал времени и определены точностные требования к выбору основных параметров цифровых тахометров, построенных на основе растровых синусно-косинусных преобразователей, и синтезированы точностные и динамические модели, позволяющие исследовать их в составе цифровых электроприводов.
Ключевые слова: синтез, анализ, погрешность, точность, цифровой тахометр, синусно-косинусный преобразователь перемещений.

In article it is analyzes the influence of instrumental errors and quantization errors on the accuracy of the angular displacement of analog-to-digital conversion angular rate by counting the number of increments single code of angular displacement over a fixed time interval and defined accuracy requirements for choosing the main parameters of the digital tachometres, built on the basis of raster resolver, and synthesized accuracy and dynamic models to explore them in digital drives.
Keywords: synthesis, analysis, accuracy, precision, digital tachometer, resolver movements.

У статті аналізується вплив інструментальних погрішностей і погрішності квантування кутових переміщень на точність аналого-цифрового перетворення кутової швидкості підрахунком числа одиничних збільшень коду кутового переміщення за фіксований інтервал часу і визначені точнісні вимоги до вибору основних параметрів цифрових тахометрів, побудованих на основі растрових синусно-косинусних перетворювачів, і синтезовані точнісні і динамічні моделі, що дозволяють досліджувати їх у складі цифрових електроприводів.
Ключові слова: синтез, аналіз, погрішність, точність, цифровий тахометр, синусно-косинусний перетворювач переміщень.

Введение

В безредукторных цифровых электроприводах прецизионных мехатронных интеллектуальных систем широкое применение получили датчики местной, скоростной и позиционной обратных связей на основе фотоэлектрических цифровых преобразователей перемещений, обеспечивающих достижение быстродействия и точности в расширенном диапазоне изменения скорости вращения, минимальных массогабаритных размерах информационно-силового модуля и в условиях значительного изменения момента нагрузки [1], [2].

Из них наибольшее применение получили инкрементные преобразователи перемещений, построенные на растровых синусно-косинусных преобразователях перемещений (СКП), что объясняется их широким распространением и возможностью формирования с их помощью как позиционного, так и скоростного каналов преобразования в виде цифровых тахометров и тахометров постоянного тока, основанных на дифференцировании угла по времени в процессе аналого-цифрового, цифрового и аналогового преобразований [3-5].

Для регулирования скорости вращения на высоких и средних частотах вращения в основном используются цифровые тахометры, основанные на преобразовании частоты следования импульсов инкрементных преобразователей в цифровой код. Их достоинством является простота построения, а недостатком – низкая разрешающая способность, зависящая от коэффициента умножения пространственной частоты растрового СКП, определяющего число формируемых импульсов за один оборот входного вала и соответственно коэффициент масштабного преобразования угловой скорости вращения [2-4].

С целью увеличения числа импульсов на оборот и расширения динамического диапазона регулирования скорости вращения до 10^5 и выше используются инкрементные преобразователи повышенной разрешающей способности в виде структур, состоящих из последовательно соединенных СКП, блоков электронного умножителя пространственной частоты (УПЧ) и формирователя импульсов единичных приращений (ФЕП) [4].

Однако вопросы их точностного анализа и синтеза недостаточно разработаны, что затрудняет выбор их оптимальной структуры при проектировании.

Целью работы является анализ погрешностей, порождаемых инструментальными погрешностями растровых СКП, погрешностями квантования угла и угловой скорости, и точностной синтез параметров цифровых тахометров.

Анализ влияния инструментальной погрешности на точность преобразования угловой скорости

Параметры скоростного канала определяются инструментальной погрешностью преобразователя угла $\Delta\alpha_и$, шагом квантования угла и скорости α_q и Ω_q, а также шагом дискретизации отсчетов T_d. Рассмотрим требования к выбору перечисленных параметров для случая дифференцирования угла по времени методом прямой функции преобразования (рис. 1), обеспечивающим постоянство шага дискретизации отсчетов во всем диапазоне преобразуемых скоростей Ω [6].

Схема позволяет осуществить преобразование скорости в код с разрешающей способностью [5]

$$\Omega_q = \frac{2\pi}{N_{скп} N_{упч} N_{феп}},$$

где $N_{скп}, N_{упч}, N_{феп}$ – коэффициенты умножения пространственной частоты блоков

СКП, УПЧ и ФЕП; T_0 – образцовый измерительный временной интервал; f_x – преобразуемая частота импульсов инкрементного преобразователя перемещений.

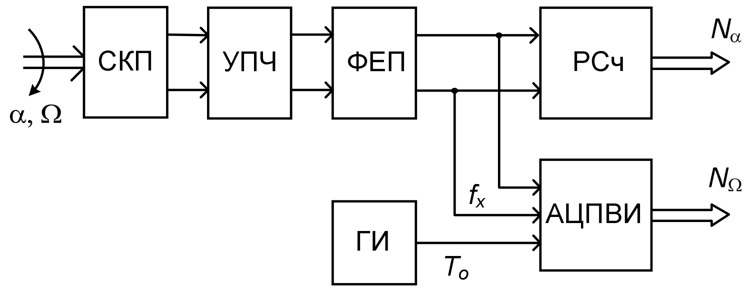


Рисунок 1 – Структурная схема цифрового преобразователя угла и скорости

Преобразование угловой скорости в код данным методом осуществляется нахождением приращений кода углового перемещения за фиксированный интервал времени $T \le T_d$, равный образцовому измерительному временному интервалу, либо подсчетом импульсов единичных приращений перемещения за время интервала T, либо вычислением разности кодов угловых положений в моменты его начала и окончания.

При наличии $\Delta\alpha_и$ погрешность преобразования скорости $\Delta\Omega_{пр}$ может быть представлена с точностью до членов первого порядка малости суммой двух слагаемых

$$\Delta\Omega_{пр} = \Delta\Omega_и + \Delta\Omega_q, \quad (1)$$

$$\Delta\Omega_и = \frac{\Delta_и\left(N_r\alpha_q\right) - \Delta_и\left(N_s\alpha_q\right)}{T_0}, \quad (2)$$

$$\Delta\Omega_q = -\Delta\xi_{rs}\Omega_q, \quad (3)$$

где $\Delta\Omega_и$ – инструментальная погрешность преобразования Ω; α_q, $\Omega_q = \dfrac{\alpha_q}{T}$ – шаг квантования α и Ω; $\Delta\Omega_q$ – погрешность квантования Ω; $\Delta\xi_{rs} = \xi_r - \xi_s$, $N_{r,s}$ – разность погрешностей квантования угловых положений, выраженных в долях α_q, и значения кода угла, соответствующие моментам начала и окончания интервала T.

Подставив в (2) вместо $\Delta\alpha_и$ его разложение в ряд Фурье

$$\Delta_и = \sum_{k=1}^{\infty} \Delta_k \sin\left(k\alpha + \psi_k\right),$$

где $\alpha = \Omega t$, будем иметь

$$\Delta\Omega_и \approx \sum_{k=1}^{\infty} \mathrm{Sa}\left(\frac{k\Omega T}{2}\right) k\Omega\Delta_k \cos\left(k\left(\Omega t_r - \frac{\Omega T}{2}\right) + \psi_k\right), \quad (4)$$

где $\mathrm{Sa}(x)$ – функция $\dfrac{\sin(x)}{x}$; Δ_k, ψ_k – амплитуда и фаза k-й гармоники погрешности $\Delta\alpha_и$; t_r – момент окончания временного интервала T.

Анализ (4) показывает, что $\Delta\Omega_и$ представляет собой дискретизированную по времени с шагом T производную инструментальной погрешности $\Delta\alpha_и$ по времени, амплитуды гармоник которой умножены на $\mathrm{Sa}\left(\dfrac{k\Omega T}{2}\right)$, а фазы задержаны на

величину $\frac{k\Omega T}{2}$, что соответствует прохождению инструментальной погрешности через дифференцирующий элемент и элемент с передаточной функцией [6]

$$W(p)=\frac{1-e^{-pT}}{pT}. \tag{5}$$

Принимая во внимание, что восстанавливающий элемент при ступенчатой аппроксимации отсчетов имеет передаточную функцию [6]

$$W(p)=\frac{1-e^{-pT}}{p}, \tag{6}$$

математическая модель скоростного канала может быть представлена в виде импульсной линейной системы (рис. 1 а), состоящей из последовательно соединенных дифференцирующего, суммирующего элементов, элемента с передаточной функцией (5), ключевого элемента и элемента с передаточной функцией (6).

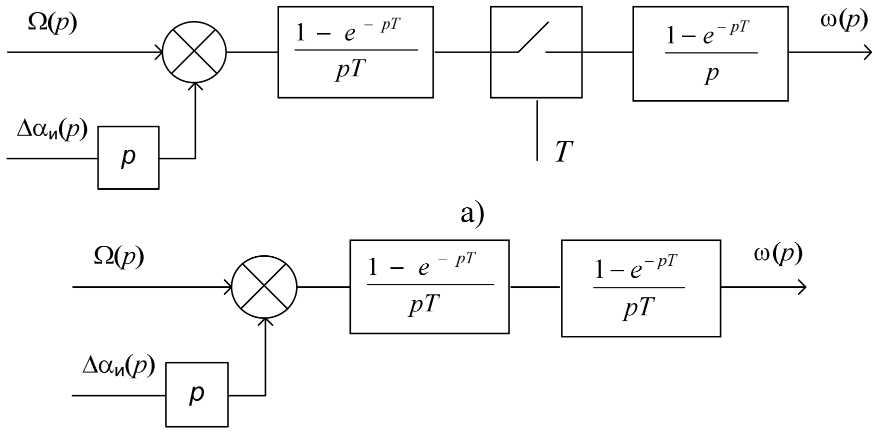
Импульсная система (рис. 1 а) может быть заменена непрерывной (рис.1, б), если частота дискретизации превышает удвоенную максимальную частоту $\Delta\alpha_{и}$. В этом случае импульсный элемент может быть представлен пропорциональным элементом с коэффициентом передачи $\frac{1}{T}$.

С учетом этого погрешность преобразования скорости $\Delta\Omega_{и}$ может быть представлена выражением

$$\Delta\Omega_{и} \approx \sum_{k=1}^{k=k_{\max}} \mathrm{Sa}^2\left(\frac{k\Omega T}{2}\right) k\Omega\Delta_k \cos\left[k\Omega(t-T)+\psi_k\right]. \tag{7}$$

Анализ (7) показывает, что наиболее сильное влияние $\Delta\alpha_{и}$ будет сказываться на низких скоростях, где $Sa\left(\frac{k\Omega T}{2}\right)\approx 1$. При этом относительная погрешность будет равна

$$\delta\Omega_{и} \approx \sum_{k=1}^{k=k_{\max}} k\Delta_k \cos\left[k\Omega(t-T)+\psi_k\right]. \tag{8}$$



б)

Рисунок 2 – Математическая модель скоростного канала цифрового преобразователя угла и скорости без учета погрешности квантования: а) представление скоростного канала линейной импульсной системой; б) представление скоростного канала линейной непрерывной системой

Выражение (8) позволяет оценить требования к характеру погрешности преобразователя угла, исходя из допустимой погрешности $\Delta\Omega_{и}$ на низких скоростях Ω

$$\max\frac{d\alpha}{\mathrm{d}t} \le \frac{\Delta\Omega_{и}}{\Omega}. \quad (9)$$

Анализ влияния квантования угла на точность преобразования угловой скорости

Представив (3) в следующем виде

$$\Delta\Omega_q = \frac{\Delta\alpha_q(kT) - \Delta\alpha_q(kT\text{-}T)}{T}, \quad (10)$$

нетрудно видеть, что погрешность квантования угловой скорости $\Delta\Omega_q$ обусловлена прохождением через звенья импульсной схемы (рис. 2, а) погрешности квантования угла $\Delta\alpha_q$. Поэтому математическая модель скоростного канала с учетом погрешности квантования угла может быть представлена импульсной линейной системой, изображенной на рис.3.

Принимая во внимание, что $\Delta\alpha_q = -\alpha_q \mathrm{Fr}\left[\frac{\alpha}{\alpha_q}\right]$, где $\mathrm{Fr}[\ ]$ – дробная часть числа, заключенного в квадратные скобки, из (10) находим

$$\Delta\Omega_q = -\Omega_q\left[\mathrm{Fr}\left[\frac{\alpha(t) - \Delta_0}{\alpha_q}\right] - \mathrm{Fr}\left[\frac{\alpha(t\text{-}T) - \Delta_0}{\alpha_q}\right]\right], \quad (11)$$

где Δ_0 – погрешность квантования в начальный момент времени.

Представив зависимость угла во времени в виде $\alpha(t) = \Omega t + \Delta\alpha_{и}(\Omega t)$ и разложив правую часть (11) в ряд Фурье, будем иметь

$$\Delta\Omega_q \approx \frac{\Omega_q}{\pi}\sum_{l=1}^{\infty}\frac{1}{l}\Big[\sin lN_m\big(\Omega t + \Delta\alpha_{и}(\Omega t) + \Delta_0\big) -$$

$$-\sin lN_m\big(\Omega(t-T) + \Delta\alpha_{и}(\Omega(t-T)) + \Delta_0\big)\Big], \quad (12)$$

где $N_m = \frac{2\pi}{\alpha_{кв}}$ – количество уровней квантования угла в скоростном канале.

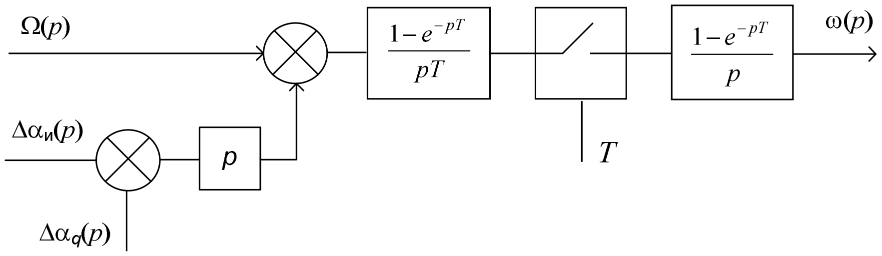


Рисунок 3 – Математическая модель скоростного канала цифрового преобразователя угла и скорости с учетом погрешности квантования: $\Delta\alpha_q(p)$ – изображение функции $\Delta\alpha_q(t)$ по Лапласу

Свернув разность синусов в квадратных скобках выражения (12), получим для низких частот Ω, на которых влиянием элемента с передаточной функцией (5) можно пренебречь,

$$\Delta\Omega_q \approx 2\Omega\left(1+\Delta\alpha_{\text{и}}'(\Omega t)\right)\sum_{l=1}^{\infty}\mathrm{Sa}\left(\frac{lN_m\Omega\left(1+\Delta\alpha_{\text{и}}'(\Omega t)\right)T}{2}\right)\times$$

$$\times\cos lN_m\left(\Omega t+\Delta\alpha_{\text{и}}(\Omega t)+\Delta_0-\frac{\Omega\left(1+\Delta\alpha_{\text{и}}'(\Omega t)\right)T}{2}\right), \quad (13)$$

где $\Delta\alpha_{\text{и}}'(\Omega t)=\dfrac{\mathrm{d}\Delta\alpha_{\text{и}}}{\mathrm{d}\alpha}$ – производная инструментальной погрешности по углу.

Выражение (13) описывает сигнал на выходе ключевого элемента, обусловленный погрешностью квантования угла $\Delta\alpha_q(t)$. Проанализируем его при отсутствии инструментальной погрешности $\Delta\alpha_{\text{и}}$, что допустимо при $\left|\Delta\alpha_{\text{и}}'(\Omega t)\right| << 1$.

При этом (13) примет вид

$$\Delta\Omega_q \approx 2\Omega_q\sum_{l=1}^{\infty}\frac{\sin\dfrac{l\omega_q T}{2}}{l\pi}\cos l\omega_q\left(t-\frac{T}{2}+\frac{\Delta_0}{\Omega}\right), \quad (14)$$

где $\omega_q = N_m\Omega$ – круговая частота $\Delta\Omega_q$.

Учитывая, что $\dfrac{\omega_q T}{2}=\left(N_\Omega+\xi_\Omega\right)\pi$, где $N_\Omega=\mathrm{Ent}\left[\dfrac{\Omega}{\Omega_q}\right]$ и $\xi_\Omega=\mathrm{Fr}\left[\dfrac{\Omega}{\Omega_q}\right]$, выражение (14) можно упростить следующим образом:

$$\Delta\Omega_q \approx 2\Omega_q\xi_\Omega\sum_{l=1}^{\infty}\mathrm{Sa}\left(l\pi\xi_\Omega\right)\cos l\omega_q\left(t-\frac{\xi_\Omega T_q}{2}+\frac{\Delta_0}{\Omega}\right), \quad (15)$$

где T_q – период $\Delta\Omega_q$.

Выражение (15) показывает, что погрешность квантования угловой скорости на выходе ключевого элемента представляет собой сумму периодической последовательности импульсов (рис. 4), имеющих высоту Ω_q и ширину $\xi_\Omega T_q$, и постоянной составляющей $-\xi_\Omega\Omega_q$. Отсюда следует, что среднее значение погрешности квантования угловой скорости за период T_q равно нулю.

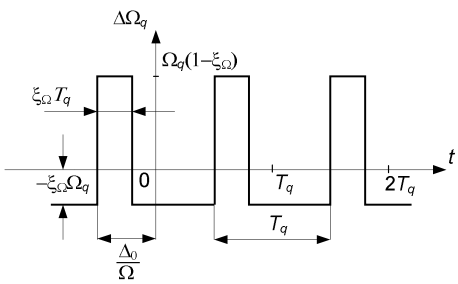


Рисунок 4 – График зависимости $\Delta\Omega_q(t)$:

T_q – период последовательности импульсов $\Delta\Omega_q(t)$; Ω_q, $\xi_\Omega T_q$ – амплитуда и ширина импульсов, $-\xi_\Omega\Omega_q$ – постоянная составляющая импульсов

На выходе ключевого элемента будут считываться значения $\Delta\Omega_q$ в дискретные моменты времени $t = kT$

$$\Delta\Omega_{qT} \approx 2\Omega_q \xi_\Omega \sum_{l=1}^{\infty} \mathrm{Sa}\left(l\pi\xi_\Omega\right) \cos l\omega_q \left(kT - \frac{\xi_\Omega T_q}{2} + \frac{\Delta_0}{\Omega}\right). \tag{16}$$

Поскольку $\omega_q = 2\pi\frac{\Omega}{\alpha_q}$ и $\alpha_q = \Omega_q T$, выражение (16) можно представить следующим образом:

$$\Delta\Omega_{qT} \approx 2\Omega_q \xi_\Omega \sum_{l=1}^{\infty} \mathrm{Sa}\left(l\pi\xi_\Omega\right) \cos 2\pi l \left(\xi_\Omega k - \frac{\xi_\Omega}{2} + \frac{\Delta_0}{\alpha_q}\right). \tag{17}$$

Анализ данного выражения показывает, что для $\xi_\Omega \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ период колебаний $\Delta\Omega_q$ равен $\frac{1}{\xi_\Omega}$, а для $\xi_\Omega \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$ – $\frac{1}{\xi_{\Omega\,\text{доп}}}$, где $\xi_{\Omega\,\text{доп}} = 1 - \xi_\Omega$ – дополнение ξ_Ω до 1.

Поэтому для $\xi_\Omega \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ выражение (17) можно представить в виде

$$\Delta\Omega_{qT} \approx 2\Omega_q \xi_\Omega \sum_{l=1}^{\infty} \mathrm{Sa}\left(l\pi\xi_\Omega\right) \cos 2\pi l \xi_\Omega \left(k - \frac{1}{2} + \delta_0\right), \tag{18}$$

где $\delta_0 = \frac{\Delta_0}{\alpha_q \xi_\Omega}$ – относительная величина Δ_0, выраженная в долях периода.

Для $\xi_\Omega \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$ будем иметь

$$\Delta\Omega_{qT} \approx -2\Omega_q \xi_{\Omega\,\text{доп}} \sum_{l=1}^{\infty} \mathrm{Sa}\left(l\pi\xi_{\Omega\,\text{доп}}\right) \cos 2\pi l \xi_{\Omega\,\text{доп}} \left(-k + \frac{1}{2} + \delta_0\right). \tag{19}$$

Сопоставление (18) и (19) показывает, что колебания, описываемые (19), инверсны колебаниям, описываемым (18), и сдвинуты в сторону отставания на δ_0, в то время как колебания, описываемые (18), сдвинуты в сторону опережения на δ_0.

В интервале $\xi_\Omega \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ относительная величина периода колебаний $\Delta\Omega_{qT}$ изменяется от ∞ до 2, а в интервале $\xi_{\Omega\,\text{доп}} \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$, что соответствует $\xi_\Omega \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$, относительная величина периода изменяется от 2 до ∞.

Переходя к времени $t = kT$ в (18), будем иметь

$$\Delta\Omega_{qT} \approx 2\Omega_q \xi_\Omega \sum_{l=1}^{\infty} \mathrm{Sa}\left(l\pi\xi_\Omega\right) \cos l\omega_d \xi_\Omega \left(t - \frac{T}{2} + \delta_0 T\right), \tag{20}$$

где $\omega_d = \frac{2\pi}{T}$ – круговая частота дискретизации отсчетов.

Отсюда следует, что в случае, когда частота дискретизируемого сигнала превышает частоту дискретизации ω_d, на выходе получаются отсчеты непрерывного сигнала, имеющего вид исходного сигнала, но в $\frac{N_\Omega}{\xi_\Omega} + 1$ раз более низкую частоту.

Поэтому после восстановления запоминанием отсчетов на период будет получен непрерывный сигнал $\Delta\Omega_{q\text{в}}$, имеющий в первом приближении вид исходного сигнала $\Delta\Omega_q$ и частоту $\xi_\Omega\omega_d$.

При этом импульсы на выходе восстанавливающего элемента имеют примерно тот же вид, что и до дискретизации. Отличия обусловлены тем, что в процессе дискретизации и восстановления осуществляется квантование периода и начального смещения исходных колебаний.

Отсюда следует, что влияние квантования угла при отсутствии инструментальной погрешности проявляется в том, что на выходе скоростного канала будем иметь сигнал

$$\omega(t) = \Omega + \Delta\Omega_{q\text{в}}(t).$$

Поскольку $\Delta\Omega_{q\text{в}}$ принимает два значения $-\xi_\Omega\Omega_q$ и $(1-\xi_\Omega)\Omega_q$, то $\omega(t)$ также будет принимать два значения $N_\Omega\Omega_q$ и $(N_\Omega+1)\Omega_q$.

Таким образом, на выходе скоростного канала будут возникать скачки сигнала на $+\Omega_q$ с частотой $\approx \xi_\Omega\omega_d$ и длительностью T (рис. 5).

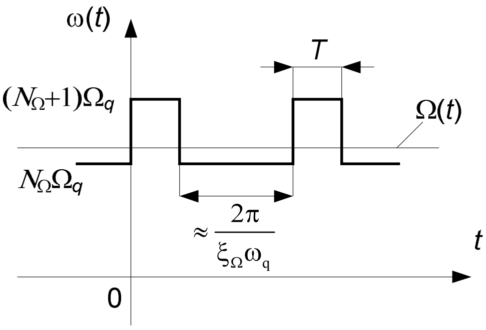


Рисунок 5 – Зависимость выходного сигнала скоростного канала $\omega(t)$:
$\Omega(t)$ – входной сигнал скоростного канала

Обозначив $\omega(t) = N_\omega(t)\Omega_q$, имеем $N_\omega(t) = N_\Omega + \Delta N_\Omega(t)$, где $\Delta N_\Omega(t)$ – единичные скачки кода длительности T и частоты $\omega = \dfrac{\omega_d}{\text{Ent}\left[\dfrac{1}{\xi_\Omega}\right]} \approx \xi_\Omega\omega_d$.

Зависимость $\Delta N_\Omega(t)$ может быть получена прибавлением к $\dfrac{\Delta\Omega_{q\text{в}}}{\Omega_q}$ средней составляющей ξ_Ω

$$\Delta N_\Omega(t) = \frac{\Delta\Omega_{q\text{в}}}{\Omega_q} + \xi_\Omega.$$

При этом зависимость $\Delta\Omega_{q\text{в}}$ может быть построена по отсчетам $\Delta\Omega_{qT}(kT)$, описываемым выражением (20), так как

$$\Delta\Omega_{q\text{в}}(t) = \Delta\Omega_q(kT) \text{ для } t \in [kT, (k+1)T]. \quad (21)$$

Однако более просто зависимость $\Delta N_{\Omega}(t)$ может быть получена непосредственным вычислением N_{ω} по формуле

$$N_{\omega}(t) = \mathrm{Ent}\left[\frac{\alpha(t)+\Delta_0}{\alpha_q}\right] - \mathrm{Ent}\left[\frac{\alpha(t-T)+\Delta_0}{\alpha_q}\right]. \qquad (22)$$

Подставив в (22) $\alpha = \Omega t$ и положив $t = kT$, будем иметь

$$N_{\omega}(kT) = N_{\Omega} + \mathrm{Ent}\left[k\xi_{\Omega} + \xi_0\right] - \mathrm{Ent}\left[(k-1)\xi_{\Omega} + \xi_0\right],$$

где $\xi_0 = \dfrac{\Delta_0}{\alpha_q}$. Отсюда находим, что $\Delta N_{\Omega}(kT) = \mathrm{Ent}\left[k\xi_{\Omega} + \xi_0\right] - \mathrm{Ent}\left[(k-1)\xi_{\Omega} + \xi_0\right]$, а $\Delta N_{\Omega}(t) = \Delta N_{\Omega}(kT)$ для $t \in \left[kT, (k+1)T\right]$.

Согласно расчету, произведенному для случая $k = \overline{1,40}$, $\xi_{\Omega} = 0{,}3$ и $\xi_0 = 0{,}15$, последовательность $\Delta N_{\Omega}(kT)$ имеет вид

0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1

0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1.

Отсюда видно, что последовательность состоит из чередующихся периодов единичных скачков и содержит 8 периодов длительностью $3T$ и 4 периода длительностью $4T$. Средний период равен $T_{\text{ср}} = \dfrac{40T}{12} = 3\dfrac{1}{3}T$, что соответствует расчету периода по ξ_{Ω}. Среднее значение последовательности равно ξ_{Ω}: $\Delta N_{\Omega\text{ср}} = \dfrac{12}{40} \approx 0{,}3$.

Таким образом, при отсутствии инструментальной погрешности $\Delta\alpha_{\text{и}}$ преобразование постоянной скорости Ω производится с погрешностью квантования $\Delta\Omega_q$, представляющей собой последовательность разнополярных импульсов, амплитуды которых равны $+(1-\xi_{\Omega})\Omega_q$, $-\xi_{\Omega}\Omega_q$ для $\xi_{\Omega} \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ и $+\xi_{\Omega}\Omega_q$, $-(1-\xi_{\Omega})\Omega_q$ для $\xi_{\Omega} \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$.

Причем длительность импульсов с амплитудой $(1-\xi_{\Omega})\Omega_q$ равна T. Их частота в среднем равна $\xi_{\Omega}\omega_d$, где $\omega_d = \dfrac{2\pi}{T}$ – круговая частота дискретизации.

Анализ погрешности квантования угловой скорости при наличии инструментальной погрешности

Произведем анализ влияния погрешности $\Delta\Omega_d$ на выходной сигнал скоростного канала при наличии погрешности $\Delta\alpha_{\text{и}}$. Для низких скоростей Ω погрешность $\Delta\Omega_q$ описывается выражением (13). Поэтому, заменив в нем $N_m\Omega$ на ω_q, будем иметь

$$\Delta\Omega_q(t) \approx 2\Omega_q\xi_{\Omega}(t)\sum_{l=1}^{\infty}\mathrm{Sa}\left(l\pi\xi_{\Omega}(t)\right)\cos l\omega_q\left[t + \zeta(t)T_q - \frac{\xi_{\Omega}(t)T_q}{2}\right], \qquad (23)$$

где $\xi_{\Omega}(t) = \mathrm{Fr}\left[\dfrac{\Omega(t)}{\Omega_q}\right]$, $\zeta(t) = \mathrm{Fr}\left[\dfrac{\Delta\alpha_{\text{и}}(\Omega t) + \Delta_0}{\alpha_q}\right]$, $\Omega(t) = \Omega + \Delta\alpha_{\text{и}}'(\Omega t)$.

Из (23) следует, что $\Delta\Omega_q(t)$ представляет собой последовательность импульсов, модулированных по амплитуде, ширине и частоте. При этом амплитуда и ширина положительных импульсов будут равны $\left(1-\xi_\Omega(t)\right)\Omega_q$ и $\xi_\Omega(t)T_q$, а частота – $\omega_q\left(1+\Delta\alpha_{\text{и}}'(\Omega t)\right)$.

При дискретизации $\Delta\Omega_q(t)$ на выходе ключевого элемента будем иметь

$$\Delta\Omega_q(kT)\approx 2\Omega_q\xi_\Omega(kT)\sum_{l=1}^{\infty}\mathrm{Sa}\left(l\pi\xi_\Omega(kT)\right)\cos 2\pi l\left[k\xi_\Omega+\zeta(kT)-\frac{\xi_\Omega(kT)}{2}\right]. \quad (24)$$

Учитывая, что выходной сигнал ключевого элемента можно рассматривать как результат дискретизации непрерывного сигнала

$$\Delta\Omega_q(t)\approx 2\Omega_q\xi_\Omega(t)\sum_{l=1}^{\infty}\mathrm{Sa}\left(l\pi\xi_\Omega(t)\right)\cos l\omega_d\left[\xi_\Omega t+\zeta(t)T-\frac{\xi_\Omega(t)T}{2}\right],$$

представим (24) в виде

$$\Delta\Omega_q(t)\approx\Delta\Omega_q(t)\sum_{n=-\infty}^{n=\infty}\delta(t-nT).$$

При этом сигнал на выходе восстанавливающего элемента, осуществляющего запоминание отсчетов на период, можно [7] представить как

$$\Delta\Omega_q(t)\approx 2\Omega_q\xi_\Omega(t)\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{n=\infty}\mathrm{Sa}\left(l\pi\xi_\Omega(t)\right)\mathrm{Sa}\left(\pi\left(l\xi_\Omega+n\right)\right)\times$$
$$\times\cos\omega_d\left[\left(l\xi_\Omega+n\right)\left(t-\frac{T}{2}\right)+l\left(\zeta(t)T-\frac{\xi_\Omega(t)T}{2}\right)\right].$$

Анализ данного выражения показывает, что наибольший вклад в $\Delta\Omega_q(t)$ будут вносить составляющие с частотами $\left(l\xi_\Omega-n\right)\omega_d$, $l<\mathrm{Ent}\left[\frac{1}{\xi_\Omega(t)}\right]$ и $n=0$ для $l\xi_\Omega\le\frac{1}{2}$, $n=-1$ для $\frac{1}{2}<l\xi_\Omega<1$. Поэтому $\Delta\Omega_q(t)$ будет представлять собой последовательность разнополярных импульсов длительности *T*, имеющих амплитуды $\left(1-\xi_\Omega(t)\right)\Omega_q$, $-\xi_\Omega(t)\Omega_q$ и частоту не выше $\frac{\omega_d}{2}$.

Зависимость $\Delta\Omega_q(t)$ при наличии инструментальной погрешности может быть построена при помощи выражения (21), где $\Delta\Omega_q(kT)$ определяется выражением (11), которое с учетом вышеизложенного можно записать в виде

$$\Delta\Omega_{\text{q}}(kT)=-\Omega_{\text{кв}}\left[\mathrm{Fr}\left[\xi_\Omega k+\zeta(kT)\right]-\mathrm{Fr}\left[\xi_\Omega(k\text{-}1)+\zeta\left((k\text{-}1)T\right)\right]\right]. \quad (25)$$

Для удобства расчетов представим $\zeta(kT)$ как

$$\zeta(kT)=\mathrm{Fr}\left[\sum_{r=1}^{r=r_{max}}\overline{\Delta}_r\sin\left(r\Omega kT+\psi_r\right)+\overline{\Delta}_0\right],$$

где $\overline{\Delta}_r=\frac{\Delta_r}{\alpha_q}$, $\overline{\Delta}_0=\frac{\Delta_0}{\alpha_q}$.

Анализ показывает, что наибольшее влияние на $\Delta\Omega_q$ будет оказывать вторая внутришаговая гармоника СКП. Поэтому наибольший интерес представляет оценка для $r_{max} = 2N_{\text{п}}$, где $N_{\text{п}}$ – коэффициент умножения пространственной частоты СКП.

Полагая для упрощения расчета $\psi_{2N_{\text{п}}} = 0$, будем иметь

$$\zeta(kT) = \mathrm{Fr}\left[\overline{\Delta}_{2N_{\text{п}}} \sin 2N_{\text{п}}\Omega kT + \overline{\Delta}_0\right]. \tag{26}$$

С учетом (26) выражение (25) примет вид

$$\overline{\Delta\Omega}_q(kT) = -\left[\mathrm{Fr}\left[\xi_\Omega k + \mathrm{Fr}\left[\overline{\Delta}_{2N_{\text{п}}} \sin 2N_{\text{п}}\Omega kT + \overline{\Delta}_0\right]\right] - \right.$$
$$\left. - \mathrm{Fr}\left[\xi_\Omega (k-1) + \mathrm{Fr}\left[\overline{\Delta}_{2N_{\text{п}}} \sin 2N_{\text{п}}\Omega (k-1)T + \overline{\Delta}_0\right]\right]\right], \tag{27}$$

где $\overline{\Delta\Omega}_q(kT) = \dfrac{\Delta\Omega_q(kT)}{\Omega_q}$.

Обозначив $\varphi_{2N_{\text{п}}} = 2N_{\text{п}}\Omega T$, представим (27) как

$$\overline{\Delta\Omega}_q(kT) = -\left[\mathrm{Fr}\left[\xi_\Omega k + \mathrm{Fr}\left[\overline{\Delta}_{2N_{\text{п}}} \sin k\varphi_{2N_{\text{П}}} + \overline{\Delta}_0\right]\right] - \mathrm{Fr}\left[\xi_\Omega (k-1) + \mathrm{Fr}\left[\overline{\Delta}_{2N_{\text{п}}} \sin (k-1)\varphi_{2N_{\text{п}}} + \overline{\Delta}_0\right]\right]\right].$$

На рис. 6 приведены графики $\overline{\Delta\Omega}_q(kT)$, построенные для случаев $\xi_\Omega = 0.3$, $\overline{\Delta}_{2N_{\text{п}}} = 3$, $\overline{\Delta}_0 = 4$, $\varphi_{2N_{\text{п}}} = \dfrac{2\pi}{25}$ и $\varphi_{2N_{\text{п}}} = \dfrac{2\pi}{10}$. Из графиков видно, что значения погрешности $\overline{\Delta\Omega}_q(kT)$ не превышают ± 1.

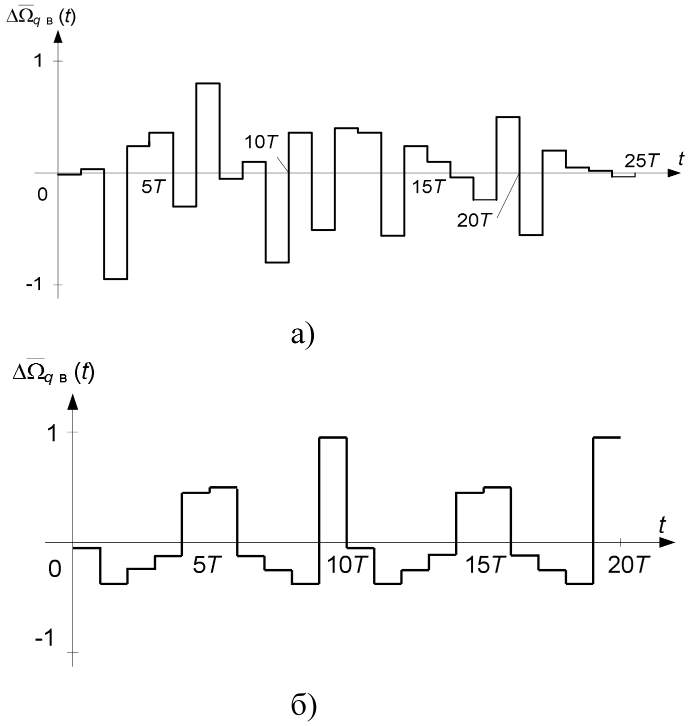


Рисунок 6 – Графики зависимости $\Delta\Omega_{\text{квв}}(t)$ при наличии погрешности $\Delta\alpha_{\text{и}}(t)$:

а) для случая $\xi_\Omega = 0.3$, $\overline{\Delta}_{2N_{\text{п}}} = 3$, $\overline{\Delta}_0 = 4$, $\varphi_{2N_{\text{п}}} = \dfrac{2\pi}{25}$;

б) для случая $\xi_\Omega = 0.3$, $\overline{\Delta}_{2N_{\text{п}}} = 3$, $\overline{\Delta}_0 = 4$, $\varphi_{2N_{\text{п}}} = \dfrac{2\pi}{10}$

Произведенные исследования показывают, что при наличии инструментальной погрешности $\Delta\alpha_{\text{и}}(t)$ погрешность $\Delta\Omega_q(kT)$ на выходе восстанавливающего элемента представляет собой последовательность импульсов, амплитуды которых в зависимости от ξ_Ω, $\xi_\Omega(kT)$ и $\zeta(kT)$ лежат в пределах $\pm\Omega_q$.

Так как $\Delta\Omega_{q\text{в}}$ принимает максимальные значения относительно редко, для определения требований к выбору Ω_q целесообразно оценить среднеквадратическое значение погрешности $\sigma(\Delta\Omega_q)$.

Произведем оценку $\sigma(\Delta\Omega_q)$ для случая отсутствия $\Delta\alpha_{\text{и}}(t)$. В этом случае погрешность $\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}}$ будет зависеть только от значения $\xi_\Omega \in [0,1)$ и принимать для каждого значения ξ_Ω два значения $\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}1,2}$ с вероятностями $p_1 = \xi_\Omega$, $p_2 = 1-\xi_\Omega$

$$\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}1} = 1-\xi_\Omega, \tag{28}$$

$$\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}2} = -\xi_\Omega, \tag{29}$$

Из выражений (28), (29) следует, что $\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}}$ в диапазоне ξ_Ω, равном $[0,1)$, может принимать значения, заключенные в интервале $(-1,1)$.

Полагая, что Ω распределена в пределах кванта Ω_q равномерно, определим плотность вероятности погрешности квантования $\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}}$.

На участке $\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}} \in [0,1)$ из(28) находим, что

$$\xi_\Omega = 1-\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}}. \tag{30}$$

С учетом (30) можно записать, что

$$p\left(\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}} \in \left[\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}}, \overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}} + \mathrm{d}\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}}\right]\right) = p\left(\xi_\Omega \in \left[\xi_\Omega + \mathrm{d}\xi_\Omega, \xi_\Omega\right]\right)\cdot p_1 \tag{31}$$

Обозначив плотность вероятности погрешности $\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}}$ через $w\left(\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}}\right)$ и выразив p_1 через $\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}}$, получим из (31) $w\left(\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}}\right) = 1-\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}}$.

Аналогичным образом можно показать, что для $\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}} \in [0,-1)$

$$w\left(\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}}\right) = 1+\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}}.$$

Отсюда следует, что погрешность $\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}}$ распределена по закону Симпсона и представляет собой композицию двух равномерных законов распределения $\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}1}$ и $\overline{\Delta\Omega}_{q\text{в}2}$. Поэтому среднеквадратическая погрешность $\Delta\Omega_{q\text{в}}$ будет равна

$$\sigma\left(\Delta\Omega_{q\text{в}}\right) = \frac{\Omega_q}{\sqrt{6}}. \tag{32}$$

Таким образом, для достижения требуемой точности на низких скоростях Ω выбор требований к $\Delta\alpha_{\text{и}}$ и Ω_q должен производиться с учетом выражений (9) и (32)

$$\Omega\left|\frac{\mathrm{d}\Delta\alpha_{\text{и}}}{\mathrm{d}\alpha}\right| + \gamma\frac{\Omega_q}{\sqrt{6}} \le \Delta\Omega_{\text{доп}},$$

где γ – коэффициент, зависящий от значения доверительной вероятности $p_{\text{д}}$ оценки погрешности. Для $p_{\text{д}} = 0.9$ коэффициент $\gamma = 1.6$ [8].

Выводы

Проанализировано влияние инструментальных погрешностей и погрешности квантования на погрешность преобразования угловой скорости и определены требования к выбору их основных параметров цифровых тахометров, построенных на основе растровых СКП, и синтезированы точностные и динамические модели, позволяющие исследовать их в составе цифровых электроприводов.

Литература

1. Гамма импульсных фотоэлектрических преобразователей угловых перемещений для станков и роботов / [М.А. Габидулин, А.В. Киселев, В.А. Бабайцев и др.] // Оптические сканирующие устройства и приборы на их основе : сб. тезисов докладов к третьему Всесоюзному совещанию. – Барнаул : Алт. политехн. ин-т, 1986. Ч.1. – С. 85-87.
2. Габидулин М.А. Синтез фотоэлектрического преобразователя угла и скорости, встраиваемого в исполнительный электродвигатель / М.А. Габидулин // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. – № 5. – С. 23-27
3. Габидулин М.А. Информационное обеспечение безредукторных цифровых электроприводов на основе встраиваемых в информационно-силовые модули фотоэлектрических цифровых преобразователей угла и скорости преобразователями / М.А. Габидулин // Искусственный интеллект. Интеллектуальные системы ИИ-2012 : материалы Международной научно-технической конференции (пос. Кацивели, АР Крым, 1-5 октября 2012 года). − Донецьк : ІПШІ «Наука і освіта», 2012. – С. 207-212.
4. Габидулин М.А. Анализ и оптимизация встроенных структур совмещенных фотоэлектрических цифровых преобразователей угла и скорости / М.А. Габидулин // Сб. трудов 57 НТК. – М. : МИРЭА, 2008. – Ч. 3. Технические науки. – С. 76-82.
5. Габидулин М.А. Синтез и классификация обобщенных структур фотоэлектрических цифровых преобразователей перемещений с растровыми синусно-косинусными преобразователями // Искусственный интеллект. Интеллектуальные системы ИИ-2010 : материалы Международной научно-технической конференции (пос. Кацивели, АР Крым, 20 – 24 сентября 2010). − Донецьк : ІПШІ «Наука і освіта», 2010. – Т. 2. – С. 212-218.
6. Новицкий П.В. Цифровые приборы с частотными датчиками / П.В. Новицкий, В.Г. Кнорринг, В.С. Гутников. – Л. : Энергия, 1970. – 424с.
7. Юлиус Т. Ту. Цифровые и импульсные системы автоматического управления / Юлиус Т. Ту. ; пер. с англ.; под ред. В.В. Солодовникова. – М. : Машиностроение, 1964. – 703с.
8. Новицкий П.В. Оценка погрешностей результатов измерений / П.В. Новицкий, И.А. Зограф – Л. : Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1985. – 248с.

Literatura

1. Gabidulin M.A., Kiselev A.V., Babaitsev V.A., Sazhenov E.G., Leibovitch I.D. Photoelectric converters pulsed gamma angular movements for machine tools and robots // Optical scanning devices and devices based on them. Sat Abstracts for the third meeting of the All-Union. – Barnaul: Alt. Polytechnic. Inst, 1986. V.1. – P. 85-87.
2. Gabidulin M.A. Synthesis of the photoelectric transducer angle and speed that fits into the executive motor // Mechatronics, Automation, Control. 2008. № 5. – P.23-27.
3. Gabidulin M.A. Information support of direct-drive digital actuators based on information embedded in photovoltaic power modules digital converters angle and speed transducers // International n.-t. AI Conference 2012. – Donetsk, Ukraine. Publishing House of the IAI "Science i osvita", 2012. – P. 207-212.
4. Gabidulin M.A. Analysis and optimization of built structures combined photovoltaic digital converters angle and speed // Proc. 57 NTC works. – Moscow: MIREA, 2008. – P.3. Technical sciences. – P.76-82.
5. Gabidulin M.A. Synthesis and structures of generalized classification photovoltaic digital converters movements with raster resolver // International n.-t. conference AI-2010. – Donetsk. Publishing House of the IAI "Science i osvita", 2010, Volume 2. – P. 212-218.
6. Novitsky P.V., Knorring V.G., Gutnikov V.S. Digital instruments with frequency sensors. – L.: Energy, 1970. – 424 p.
7. Julius T.Tu. Digital Switching Systems and Automatic Control /Per. from English; Under the editorship of V.V. Solodovnikova. – M.: Mechanical Engineering, 1964. – 703p.
8. Novitsky P.V., Zograph I.A. Evaluation results of measurement errors. – L.: Energoatomizdat. Leningrad. Branch, 1985. – 248p.

RESUME

M.A.Gabidulin

Error Analysis of Transformation and Synthesis of Precision Digital Tachometers on Raster Resolver Movements

The article analyzed the errors of transformation and synthesis of precision digital tachometers on raster resolver movements used to form the high-speed channel digital drives of dynamic range speed control up to 10^5 [2].

To extend the range of variable speed converters are used in the form of incremental structures consisting of a resolver, blocks electron multipliers and spatial frequency of the pulse unit increments [4].

The effect of instrumental errors resolver displacement and angular movements of the quantization error on the accuracy of the angular velocity conversion code in digital tachometer based on counting the number of individual increments of angular movement of the code for a fixed period of time and accuracy requirements defined by the choice of its parameters.

It is established that the instrumental error of the tachometer is sampled at the time the derivative instrument errors resolver that has passed through the averaging and reducing the elements that describe the angle of differentiation with respect to time and memory samples per cycle at step approximation.

Synthesized accuracy and dynamic models to explore the digital tachometers on raster resolver movements in digital drives.

Статья поступила в редакцию 04.07.2013.